

Corrigé du devoir 12

Pierre BERNARD

9 décembre 2008

Exercice 1

1. L'univers Ω est l'ensemble des n -listes (x_1, x_2, \dots, x_n) telles que $\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, x_i \in \llbracket 1, 6 \rrbracket$. On a donc $\text{card}(\Omega) = 6^n$.
2. On a $\bar{A} = \llcorner$ on n'obtient aucun 6 \lrcorner donc $\text{card}(\bar{A}) = 5^n$. Par équiprobabilité :

$$P(\bar{A}) = \frac{\text{card}(\bar{A})}{\text{card}(\Omega)} = \frac{5^n}{6^n} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

Puis :

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

3. On résout l'inéquation suivante :

$$\begin{aligned} P(A) \geq 0,9 &\iff 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,9 \\ &\iff -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0,1 \\ &\iff \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,1 \\ &\iff \ln\left(\left(\frac{5}{6}\right)^n\right) \leq \ln(0,1) \\ &\iff n \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln\left(\frac{1}{10}\right) \\ &\iff n \geq \frac{\ln\left(\frac{1}{10}\right)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \quad \text{car } \ln\left(\frac{5}{6}\right) < 0 \\ &\iff n \geq \frac{-\ln(10)}{\ln(5) - \ln(6)} \\ &\iff n \geq \frac{\ln(10)}{\ln(6) - \ln(5)} \end{aligned}$$

Exercice 2

Puisqu'il s'agit d'un tirage simultané, le nombre total de tirage de 4 boules parmi 6 est $\binom{6}{4} = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$. Parmi ces 15 tirages possibles, le nombre de tirages « favorables », c'est-à-dire contenant autant de boules blanches que de boules noires, est $\binom{3}{2} \binom{3}{2} = 3 \times 3 = 9$ (on choisit 2 boules parmi les 3 blanches et 2 boules noires parmi les 3 noires). Finalement, la probabilité cherchée est $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ (par équiprobabilité des tirages).

Exercice 3

Pour cet exercice, je ne donne pas de corrigé mais seulement les résultats sous forme de tableaux :

$P_{U_i}(R_j)$	R_0	R_1	R_2	R_3
U_0	1	0	0	0
U_1	8/27	4/9	2/9	1/27
U_2	1/27	2/9	4/9	8/27
U_3	0	0	0	1

$$\begin{aligned} P(R_0) &= 1/3 \\ P(R_1) &= 1/6 \\ P(R_2) &= 1/6 \\ P(R_3) &= 1/3 \end{aligned}$$

$P_{R_i}(U_j)$	U_0	U_1	U_2	U_3
R_0	3/4	2/9	1/36	0
R_1	0	2/3	1/3	0
R_2	0	1/3	2/3	0
R_3	0	1/36	2/9	3/4